

**Compito di MD**  
13 febbraio 2014

Cognome e nome: .....

Numero di matricola: ..... Corso e Aula: .....

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non si può scrivere con il lapis. Motivare in modo chiaro le risposte. I testi degli esercizi sono su fogli separati su cui vanno scritte le rispettive soluzioni: **scrivere il nome su ciascun foglio**. Mettere entro un riquadro bene evidenziato la soluzione, e nel resto del foglio lo svolgimento.

**Esercizio 1.** Sia  $S$  l'insieme delle successioni  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  di lunghezza  $n$  in cui ogni  $a_i$  è uguale a 0, 1 o 2.

1. Quante sono le successioni in  $S$ ?
2. Quante sono le successioni in  $S$  con almeno una delle cifre uguali ad 1?
3. Quante sono le successioni in  $S$  la cui somma delle cifre è 5?

Cognome e nome: .....

Numero di matricola: ..... Corso e Aula: .....

**Esercizio 2.** Consideriamo il seguente sistema di congruenze:

$$\begin{cases} 5x \equiv a \pmod{42} \\ 6x \equiv 1 \pmod{35} \end{cases}$$

- a) Trovare tutte le soluzioni del sistema per  $a = 107$ .
- b) Determinare i valori del parametro intero  $a$  per cui il sistema è risolubile.

Cognome e nome: .....

Numero di matricola: ..... Corso e Aula: .....

**Esercizio 3.**

Determinare il numero di soluzioni del seguente sistema al variare del parametro reale  $a$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 4x + y + 2z = 6 \\ x + 2y + (a^2 - 19)z = a \end{cases}$$

Cognome e nome: .....

Numero di matricola: ..... Corso e Aula: .....

**Esercizio 4.** Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  una trasformazione lineare che manda il vettore  $(0, 0, 1)$  in  $(2, 3, 4)$ , il vettore  $(0, 2, 0)$  in  $(6, 8, 10)$  e il vettore  $(1, 0, 0)$  in  $(10, 14, 18)$ .

- a) Calcolare la dimensione del nucleo e dell'immagine di  $f$ .
- b) Calcolare l'immagine del vettore  $(1, 1, 1)$ .